

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL CONTEXTUALIZADO A PROCESOS VIVENCIALES

Alberto Rodríguez Rodríguez





CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL CONTEXTUALIZADO A PROCESOS VIVENCIALES

Dr. C. ALBERTO RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ. PhD.



Alberto Rodríguez Rodríguez. Licenciado en Matemática, Universidad de Granma, Máster en Ciencias de la Educación y Doctor en Ciencias por la Universidad de Granma. Investiga en temas relacionados con modelos pedagógicos-didácticos matemáticos, dogmas restrictivos en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática y estrategias de contextualización e interdisciplinariedad. Ha publicado diferentes libros relacionados con las matemáticas, entre ellos se destacan los dos tomos de Elementos de Matemática Básica para carreras universitarias; Otra mirada a las probabilidades, sus procesos y aplicaciones; La Estadística: Gnosis del ser humano; Modelo del proceso enseñanza-aprendizaje contextualizado de Matemática; Una aproximación al comportamiento de costos y tomas de decisiones; Procedimiento didáctico-matemático para ingresar a la universidad y La Metodología para la evaluación de cosechadoras cañeras. Actualmente se desempeña como profesor de matemáticas y Editor de la Revista UNESUM-Ciencias en la Universidad Estatal del Sur de Manabí, Ecuador.



Editorial Área de Innovación y Desarrollo, S.L.

Quedan todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida, distribuida, comunicada públicamente o utilizada, total o parcialmente, sin previa autorización.

© del texto: **el autor**

ÁREA DE INNOVACIÓN Y DESARROLLO, S.L.

C/ Els Alzamora, 17 - 03802 - ALCOY (ALICANTE) info@3ciencias.com

Primera edición: **marzo 2018**

ISBN: **978-84-948257-4-3**

DOI: <http://dx.doi.org/10.17993/CcyLI.2018.17>

ÍNDICE

PRÓLOGO	9
CAPÍTULO 1. FUNCIONES REALES DE UNA VARIABLE	11
Introducción.....	11
1.1.-Definición de función.....	12
1.2.-Funciones reales de una variable real	13
1.3.-Propiedades generales de las funciones reales	13
1.3.1.-Simetría con respecto a una recta.....	14
1.3.2.-Paridad	14
1.3.3.-Monotonía.....	15
1.3.4.-Existencia de extremos.....	15
1.3.5.-Concavidad y punto de inflexión	16
1.4.-Funciones elementales básicas	16
1.4.1.-Función constante	16
1.4.2.-Función idéntica	17
1.4.3.-Función potencial	17
1.4.4.-Función exponencial.....	18
1.4.5.-Función logarítmica.....	18
1.5.-Función inversa.....	19
1.6.-Operaciones aritméticas con funciones	20
1.7.-Función compuesta	20
1.8.-Funciones que se obtienen mediante operaciones aritméticas.....	21
1.8.1.-Función proporcionalidad directa	21
1.8.2.-Función proporcionalidad inversa.....	22
1.8.3.-Función lineal	23
1.8.4.-Función cuadrática	24
1.8.5.-Función racional entera.....	25
1.8.6.-Función racional fraccionaria	25
1.9.-Funciones más utilizadas en la Economía.....	25
1.9.1.-Función de demanda.....	25
1.9.2.-Función de oferta	26
1.9.3.-Función de precio	27
1.9.4.-Función de costo	28
1.9.5.-Función de ingreso	29
1.9.7.-Función de ganancia (o pérdida)	30
1.9.8.-Funciones de consumo y ahorro	31
1.9.9.-Equilibrio de mercado	32
Ejercicios.....	34
CAPÍTULO 2. LÍMITE Y CONTINUIDAD	39
2.1.-Límite ordinario	40
2.2.-Límite de las funciones básicas en los puntos de su dominio	41
2.3.-Límite de las operaciones con funciones.....	42
2.4.-Regla de cancelación	42
2.5.-Límites laterales.....	44
2.6.-Límite real en el infinito.....	45
2.7.-Límite infinito en un número real.....	46
2.8.-Límite infinito en el infinito	47
2.9.-Reglas de cálculo con infinitos y números reales	48
2.10.-Indeterminaciones.....	48
2.11.-Regla de Leibniz.....	50
2.12.-Límite fundamental algebraico.....	51
2.13.-Continuidad en un punto.....	52
2.14.-Continuidad de una función en un conjunto	55

CAPÍTULO 3. DERIVACIÓN	61
3.1.-Derivada de una función en un punto	62
3.2.-Condiciones para la existencia de la derivada en un punto	63
3.3.-Derivada de las funciones elementales básicas.....	65
3.4.-Reglas aritméticas de derivación	67
3.5.-Derivada de la función inversa	69
3.6.-Derivadas de funciones compuestas	69
3.7.-Derivadas de orden superior	71
3.8.-Ecuación de la tangente y la normal.....	71
3.9.-Interpretación económica de la derivada.....	73
3.10.-Elasticidad de una función.....	76
3.11.-Diferencial de una función y sus aplicaciones	79
4.1.-Regla de L'Hospital	87
4.2.-Monotonía y Extremos locales	88
4.3.-Concavidad y Puntos de Inflexión.....	91
4.4.-Trazado de curvas.....	92
4.5.-Problemas de optimización	95
CAPÍTULO 5. INTEGRAL INDEFINIDA	101
5.1.-Integral Indefinida	102
5.2.-Propiedades de la Integral Indefinida.....	104
5.4.-Integración por sustitución.....	106
5.5.-Integración por partes	109
5.6.-Integración por descomposición en fracciones simples	110
5.7.-Aplicaciones económicas de la integral indefinida	113
BIBLIOGRAFÍA.....	121

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Simetría con respecto a una recta.....	14
Figura 2. Monotonía.....	15
Figura 3. Existencia de extremos.....	15
Figura 4. Concavidad y punto de inflexión.	16
Figura 5. Función constante.	16
Figura 6. Función idéntica.	17
Figura 7. Función potencial.	17
Figura 8. Función logarítmica.	18
Figura 9. Función inversa.	20
Figura 10. Función proporcionalidad directa.	21
Figura 11. Función proporcionalidad inversa.....	22
Figura 12. Función lineal.	23
Figura 13. Función cuadrática.	24
Figura 14. Límite ordinario.	41
Figura 15. Límites laterales.	45
Figura 16. Límite infinito en un número real.	47
Figura 17. Límite infinito en el infinito.	48
Figura 18. Continuidad en un punto.	55
Figura 19. Derivada de una función en un punto.....	62
Figura 20. Ecuación de la tangente y la normal.	72
Figura 21. Diferencial de una función y sus aplicaciones.	80
Figura 22. Monotonía y Extremos locales.	89
Figura 23. Concavidad y Puntos de inflexión.	91
Figura 24. Integral Indefinida.	103

PRÓLOGO

Estudios recientes sobre el aprendizaje matemático de los alumnos y la forma en que operan y enfrentan los problemas cotidianos, arriban a la conclusión común de que los estudiantes universitarios emprenden con mayor o menor eficacia los problemas matemáticos que la vida les plantea y lo hacen con una lógica coherente y peculiar. En efecto, esos aprendizajes matemáticos no deben ser obviados u olvidados; por el contrario, constituyen un punto de partida para la enseñanza de la Matemática en esta etapa de la vida.

Por otra parte, en cuanto al despliegue del proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Superior, las afirmaciones derivadas de los distintos estudios ilustran que la Matemática que se enseña es menos significativa y flexible que la que se ha construido en la vida, y es que a la educación matemática de adultos se han trasladado los modelos y los sustentos de otras educaciones, a pesar de que los conocimientos, la experiencia y las expectativas de unos y otros son diferentes. Se hace necesario conocer al adulto como persona que busca vincularse con el aprendizaje matemático formal porque siente la necesidad de aplicar los conocimientos de forma inmediata una vez adquiridos.

La Matemática ayuda a despertar la imaginación, el poder de análisis y la creatividad, constituyéndose en una base sólida para la mayoría de las ciencias y en una herramienta fundamental de cálculo. Su estudio es de gran importancia, para lograr la formación de profesionales capaces de insertarse en el cambiante mundo de la ciencia y la tecnología.

El profesional ingeniero, debe trabajar con modelos matemáticos para la solución de los problemas que debe enfrentar, tales como: diseño y construcción de estructura metálicas, diseño y construcción de elementos de máquinas o máquinas, uso óptimo de energías alternativas, entre otros, por lo tanto, las matemáticas son herramientas de suma importancia en su proceso de formación y en el campo laboral.

En este libro, se analizan los aspectos fundamentales de las funciones reales, del cálculo de límite, continuidad, derivadas, determinación de máximos, mínimos y todo lo relacionado con las integrales indefinidas; contenidos enfocados desde la contextualización a procesos vivenciales que marcan la diferencia con textos anteriores relacionados con temáticas afines desplegadas en esta obra, motivado porque una de las problemáticas actuales consiste en cómo llevar a vías de hecho las relaciones interdisciplinarias desde el contenido matemático, de la selección de los métodos y formas organizativas, para plantear actividades que en el proceso de enseñanza-aprendizaje resulten motivantes y permitan conectar conocimientos y habilidades de dominios diversos en la búsqueda de soluciones prácticas, para contribuir a la formación de valores y actitudes positivas en los estudiantes.

HACER PROPUESTAS DE CÓMO PROCEDER, LLEVA IMPLÍCITO EL RIESGO DE LA ACEPTACIÓN O LA INCONFORMIDAD, QUE EN OCASIONES SE CRITICAN Y SE REALIZAN NUEVOS PLANTEAMIENTOS. SI ESTA PRESENTACIÓN ORIGINA ESAS REFLEXIONES, PUEDE SER CONSIDERADA CON ACIERTOS...

"MUCHAS GRACIAS"

EL AUTOR

CAPÍTULO 1. FUNCIONES REALES DE UNA VARIABLE

Introducción

La Matemática Superior, está conformada por los aspectos básicos del Análisis Matemático clásico: Límite, Continuidad, Derivadas e Integrales de funciones reales de una y varias variables. Esto quiere decir que el concepto de función se va a utilizar en todos los temas que se van a estudiar.

Para que se tenga una idea del concepto que vamos a estudiar, digamos que una función es una relación especial de entrada y salida similar a la que ocurren en los procesos productivos.

Durante el proceso de producción se integran ciertas particularidades (mercancías o servicios) llamados factores de producción que pierden su identidad y caduca su forma original para convertirse en otros sucesos (también mercancías o servicios) llamados productos. Por tanto, la cantidad de producto depende de las cantidades de cada uno de los factores de producción que intervinieron en el proceso productivo.

En el proceso de producción, casi siempre, interviene más de un factor de producción; sin embargo, muchas veces, la cantidad de producto se calcula a partir de la cantidad de uno solo de los factores de producción. De esta manera se obtiene una función que depende de una sola variable que se denomina función de producción. Por ejemplo:

- a) La cantidad de maíz cosechada (producto) se puede obtener como función de la cantidad de semilla sembrada (factor de producción).
- b) La cantidad de sillas (producto) que un carpintero puede fabricar se puede calcular en función de la cantidad de madera disponible (factor de producción).

Estos ejemplos son suficientes para darnos cuenta de la importancia del papel que juegan las funciones en la vida práctica, con énfasis en el campo de la Economía. Es por eso que al concluir este tema los estudiantes deben ser capaces de:

Resolver problemas relacionados con la vida, en particular económicos y matemáticos, conocidos o no, reales o simulados, utilizando el concepto de función y los demás aspectos asociados al mismo.

Para dar cumplimiento eficaz a este objetivo:

1.-El estudiante debe saber:

- Qué es una función y cuáles son sus propiedades generales,
- Cuáles son las funciones elementales básicas y las propiedades particulares de cada una,
- Cuáles son las operaciones que se pueden efectuar con funciones,
- Cuáles las funciones que se obtienen mediante operaciones con las funciones básicas,
- Cómo se determinan la pendiente y la intersección con los ejes de las funciones lineales,
- Cuál es el significado analítico de la pendiente de una función lineal,
- Cómo se determina la ecuación de una función lineal dadas dos condiciones,
- Cómo se representan gráficamente funciones lineales,
- Cómo se representan gráficamente funciones cuadráticas,
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticos
- Cuáles son las funciones más usadas en la economía y sus propiedades.

2.-El estudiante tiene que desarrollar habilidades para:

- a) Representar gráficamente funciones lineales, potenciales, cuadráticas, logarítmicas exponenciales expresadas en forma simple y describir sus propiedades.
- b) Determinar el dominio de una función cuando ésta viene dada mediante suma, diferencia, producto, cociente o composición de otras funciones.

